

PHẦN A. CÂU HỎI

DẠNG 0. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

- Câu 1.** Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?
- A.** Nếu $\lim u_n = +\infty$ và $\lim v_n = a > 0$ thì $\lim(u_n v_n) = +\infty$.
- B.** Nếu $\lim u_n = a \neq 0$ và $\lim v_n = \pm\infty$ thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = 0$.
- C.** Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = +\infty$.
- D.** Nếu $\lim u_n = a < 0$ và $\lim v_n = 0$ và $v_n > 0$ với mọi n thì $\lim\left(\frac{u_n}{v_n}\right) = -\infty$.
- Câu 2.** Tìm dạng hữu tỷ của số thập phân vô hạn tuần hoàn $P = 2,13131313\dots$,
- A.** $P = \frac{212}{99}$ **B.** $P = \frac{213}{100}$ **C.** $P = \frac{211}{100}$ **D.** $P = \frac{211}{99}$.
- Câu 3.** Khẳng định nào sau đây là đúng?
- A.** Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là số a (hay u_n dần tới a) khi $n \rightarrow +\infty$, nếu $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - a) = 0$.
- B.** Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn là 0 khi n dần tới vô cực, nếu $|u_n|$ có thể lớn hơn một số dương tùy ý, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- C.** Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $+\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể nhỏ hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- D.** Ta nói dãy số (u_n) có giới hạn $-\infty$ khi $n \rightarrow +\infty$ nếu u_n có thể lớn hơn một số dương bất kì, kể từ một số hạng nào đó trở đi.
- Câu 4.** Cho các dãy số $(u_n), (v_n)$ và $\lim u_n = a, \lim v_n = +\infty$ thì $\lim \frac{u_n}{v_n}$ bằng
- A.** 1. **B.** 0. **C.** $-\infty$. **D.** $+\infty$.
- Câu 5.** Trong các khẳng định dưới đây có bao nhiêu khẳng định đúng?
- (I) $\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương.
- (II) $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1$.
- (III) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1$
- A.** 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

- Câu 6.** Cho dãy số (u_n) thỏa $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3}$ với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Khi đó
- A. $\lim u_n$ không tồn tại. B. $\lim u_n = 1$. C. $\lim u_n = 0$. D. $\lim u_n = 2$.
- Câu 7.** (THPT CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - PHÚ THỌ - LẦN 1 - 2018) Phát biểu nào sau đây là sai?
- A. $\lim u_n = c$ ($u_n = c$ là hằng số). B. $\lim q^n = 0$ ($|q| > 1$).
- C. $\lim \frac{1}{n} = 0$. D. $\lim \frac{1}{n^k} = 0$ ($k > 1$).

DẠNG 1. DÃY SỐ DẠNG PHÂN THỨC

Dạng 1.1 Phân thức bậc tử bé hơn bậc mẫu

- Câu 8.** (THPT Chuyên Thái Bình - lần 3 - 2019) Tính $L = \lim \frac{n-1}{n^3+3}$.
- A. $L = 1$. B. $L = 0$. C. $L = 3$. D. $L = 2$.
- Câu 9.** (Mã đề 101 BGD&ĐT NĂM 2018) $\lim \frac{1}{5n+3}$ bằng
- A. 0. B. $\frac{1}{3}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{5}$.
- Câu 10.** (Mã đề 103 BGD&ĐT NĂM 2018) $\lim \frac{1}{2n+7}$ bằng
- A. $\frac{1}{7}$. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 0.
- Câu 11.** (Mã đề 104 BGD&ĐT NĂM 2018) $\lim \frac{1}{2n+5}$ bằng
- A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{5}$.
- Câu 12.** (THPT QUỐC GIA 2018 - MÃ ĐỀ 102) $\lim \frac{1}{5n+2}$ bằng
- A. $\frac{1}{5}$. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $+\infty$.
- Câu 13.** (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Tìm $I = \lim \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1}$.
- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. 0. D. 1.
- Câu 14.** (HỒNG LĨNH - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018) $\lim \frac{2n^2 - 3}{n^6 + 5n^5}$ bằng:
- A. 2. B. 0. C. $\frac{-3}{5}$. D. -3.
- Câu 15.** $\lim \frac{2018}{n}$ bằng

A. $-\infty$. B. 0. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 16. (LƯƠNG TÀI 2 BẮC NINH LẦN 1-2018-2019) Tính giới hạn $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{2+n-n^2}$?

A. $L = -\infty$. B. $L = -2$. C. $L = 1$. D. $L = 0$.

Câu 17. (TRƯỜNG THPT THANH THỦY 2018 -2019) Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

A. $u_n = \frac{n^2 - 2}{5n + 3n^2}$. B. $u_n = \frac{n^2 - 2n}{5n + 3n^2}$. C. $u_n = \frac{1 - 2n}{5n + 3n^2}$. D. $u_n = \frac{1 - 2n^2}{5n + 3n^2}$.

Câu 18. (THPT PHAN CHU TRINH - ĐẮC LẮC - 2018) Tính $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n-3}{2n^2+3n+1}$

A. $I = -\infty$. B. $I = 0$. C. $I = +\infty$. D. $I = 1$.

Câu 19. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n = \frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \dots + \frac{1}{n^2-1}$.

A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 20. (THPT XUÂN HÒA - VP - LẦN 1 - 2018) Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right]$.

A. 0. B. 2. C. 1. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 21. (THPT CHUYÊN LƯƠNG VĂN CHÁNH - PHÚ YÊN - 2018) Tìm

$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1+2} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+n} \right)$

A. $L = \frac{5}{2}$. B. $L = +\infty$. C. $L = 2$. D. $L = \frac{3}{2}$.

Câu 22. Với n là số nguyên dương, đặt $S_n = \frac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}$. Khi đó

$\lim S_n$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$ B. $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$. C. 1. D. $\frac{1}{\sqrt{2}+2}$.

Câu 23. (THPT NGUYỄN TÁT THÀNH - YÊN BÁI - 2018) Tính giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\cos n + \sin n}{n^2 + 1}$.

A. 1. B. 0. C. $+\infty$. D. $-\infty$.

Dạng 1.2 Phân thức bậc tử bằng bậc mẫu

Câu 24. (THPT CHUYÊN HOÀNG VĂN THỤ - HÒA BÌNH - 2018) Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-n}{n+1}$ bằng

A. 1. B. 2. C. -1. D. 0.

Câu 25. (THPT THUẬN THÀNH - BẮC NINH - 2018) Kết quả của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-2}{3n+1}$ bằng:

A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{1}{3}$. C. -2 . D. 1 .

Câu 26. (THPT YÊN LẠC - LẦN 4 - 2018) Tìm giới hạn $I = \lim \frac{3n-2}{n+3}$.

A. $I = -\frac{2}{3}$. B. $I = 1$. C. $I = 3$. D. $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 27. (THPT CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU - NGHỆ AN - LẦN 2 - 2018) Giới hạn $\lim \frac{1-2n}{3n+1}$ bằng?

A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. 1 . D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 28. (SGD&ĐT BẮC NINH - 2018) Tính giới hạn $I = \lim \frac{2n+2017}{3n+2018}$.

A. $I = \frac{2}{3}$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{2017}{2018}$. D. $I = 1$.

Câu 29. (THPT Quỳnh Lưu- Nghệ An- 2019) $\lim \frac{1+19n}{18n+19}$ bằng

A. $\frac{19}{18}$. B. $\frac{1}{18}$. C. $+\infty$. D. $\frac{1}{19}$.

Câu 30. (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Dãy số nào sau đây có giới hạn khác 0 ?

A. $\frac{1}{n}$. B. $\frac{1}{\sqrt{n}}$. C. $\frac{n+1}{n}$. D. $\frac{\sin n}{\sqrt{n}}$.

Câu 31. (CHUYÊN HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018) $\lim \frac{1-n^2}{2n^2+1}$ bằng

A. 0 . B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 32. (SGD THANH HÓA - LẦN 1 - 2018) Tính giới hạn $\lim \frac{4n+2018}{2n+1}$.

A. $\frac{1}{2}$. B. 4 . C. 2 . D. 2018 .

Câu 33. (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Tìm $\lim \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{4n^5 + 2n^2 + 1}$.

A. 2 . B. 8 . C. 1 . D. 4 .

Câu 34. (CHUYÊN VĨNH PHÚC - LẦN 1 - 2018) Tính $\lim \frac{2n+1}{1+n}$ được kết quả là

A. 2 . B. 0 . C. $\frac{1}{2}$. D. 1 .

Câu 35. (THPT LÊ XOAY - LẦN 3 - 2018) $\lim \frac{2n^4 - 2n + 2}{4n^4 + 2n + 5}$ bằng

A. $\frac{2}{11}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 36. (Thi thử SGD Cần Thơ mã 121 – 2019) Giá trị của $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{1 - 2n^2}$ bằng

A. -3. B. 2. C. -1. D. 0.

Câu 37. Giá trị $A = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n}{12n^2 + 1}$ bằng

A. $\frac{1}{12}$. B. 0. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1}{24}$.

Câu 38. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n + 3}{2n + 1}$.

A. 1. B. $+\infty$. C. 2. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 39. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + 4n - 5}{3n^3 + n^2 + 7}$ bằng

A. 1. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 40. Tính giới hạn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 3n^3}{2n^3 + 5n - 2}$.

A. $\frac{1}{5}$. B. 0. C. $-\frac{3}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 41. Giới hạn của dãy số (u_n) với $u_n = \frac{2n - 1}{3 - n}, n \in \mathbb{N}^*$ là:

A. -2. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 42. Tính giới hạn $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10n + 3}{3n - 15}$ ta được kết quả:

A. $I = -\frac{10}{3}$. B. $I = \frac{10}{3}$. C. $I = \frac{3}{10}$. D. $I = -\frac{2}{5}$.

Câu 43. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n + 1}{n + 1}$ bằng

A. 1. B. 2. C. -2. D. $+\infty$.

Câu 44. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 1}{n^2 - 2}$ bằng:

A. 3. B. 0. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

Câu 45. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 3n - 1}{4 + 5n + 2n^2}$.

- A. 2. B. $-\frac{1}{2}$. C. 4. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 46. Cho hai dãy số (u_n) và (v_n) có $u_n = \frac{1}{n+1}$; $v_n = \frac{3}{n+3}$. Tính $\lim \frac{u_n}{v_n}$.

- A. 0. B. 3. C. $\frac{1}{3}$. D. $+\infty$.

Câu 47. Giới hạn $\lim \frac{8n^5 - 2n^3 + 1}{2n^2 - 4n^5 + 2019}$ bằng

- A. -2. B. 4. C. $+\infty$. D. 0.

Câu 48. Giá trị của $B = \lim \frac{4n^2 + 3n + 1}{(3n-1)^2}$ bằng:

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{4}{3}$. C. 0. D. 4

Câu 49. (THPT CHUYÊN THĂNG LONG - ĐÀ LẠT - 2018) Tính $L = \lim \frac{n^3 + n^2 + 1}{2018 - 3n^3}$.

- A. $\frac{1}{2018}$. B. -3. C. $+\infty$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 50. (Thi thử chuyên Hùng Vương Gia Lai lần -2019) Gọi S là tập hợp các tham số nguyên a thỏa mãn $\lim \left(\frac{3n+2}{n+2} + a^2 - 4a \right) = 0$. Tổng các phần tử của S bằng

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 2.

Câu 51. (Chuyên Lào Cai Lần 3 2017-2018) Cho $a \in \mathbb{R}$ sao cho giới hạn $\lim \frac{an^2 + a^2n + 1}{(n+1)^2} = a^2 - a + 1$

.Khi đó khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $0 < a < 2$. B. $0 < a < \frac{1}{2}$. C. $-1 < a < 0$. D. $1 < a < 3$.

Câu 52. Dãy số (u_n) với $u_n = \frac{(3n-1)(3-n)^2}{(4n-5)^3}$ có giới hạn bằng phân số tối giản $\frac{a}{b}$. Tính ab

- A. 192 B. 68 C. 32 D. 128

Câu 53. Biết $\lim \frac{2n^3 + n^2 - 4}{an^3 + 2} = \frac{1}{2}$ với a là tham số. Khi đó $a - a^2$ bằng

- A. -12. B. -2. C. 0. D. -6.

Câu 54. Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{1+2+3+\dots+n}{n^2+1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\lim u_n = 0$.
B. $\lim u_n = \frac{1}{2}$.

C. Dãy số (u_n) không có giới hạn khi $n \rightarrow +\infty$.

D. $\lim u_n = 1$.

Câu 55. (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Giới hạn $\lim \frac{1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + \dots + n^2}{n^3 + 2n + 7}$ có giá trị bằng?

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. 0.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 56. $\lim \frac{1+3+5+\dots+2n+1}{3n^2+4}$ bằng

A. $\frac{2}{3}$.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $+\infty$.

Câu 57. $\lim \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$ bằng

A. 1.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 58. Cho dãy số (u_n) xác định bởi: $u_n = \frac{1}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \dots + \frac{2n-1}{n^2}$ với $n \in \mathbb{N}^*$ Giá trị của $\lim u_n$ bằng:

A. 0.

B. $+\infty$.

C. $-\infty$.

D. 1

Câu 59. (THPT HAI BÀ TRUNG - HUẾ - 2018) Tìm $\lim \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \dots + \frac{n}{n^2} \right)$.

A. $+\infty$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{n}$.

D. 0.

Câu 60. (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Tính giới hạn:

$$\lim \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \right].$$

A. 1.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{1}{4}$.

D. $\frac{3}{2}$.

Câu 61. (CHUYÊN TRẦN PHÚ - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018) Cho dãy số (u_n) với

$$u_n = \frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \dots + \frac{1}{2n-1 \cdot 2n+1}. \text{ Tính } \lim u_n.$$

A. $\frac{1}{2}$.

B. 0.

C. 1.

D. $\frac{1}{4}$.

Câu 62. Tính $\lim(-2n^{2019} + 3n^{2018} + 4)$?

A. $-\infty$.

B. $+\infty$.

C. -2.

D. 2019.

Dạng 1.3 Phân thức bậc tử lớn hơn bậc mẫu

Câu 63. $\lim(2-3n)^4(n+1)^3$ là:

A. $-\infty$

B. $+\infty$

C. 81

D. 2

Câu 64. Tính giới hạn $L = \lim \frac{n^3 - 2n}{3n^2 + n - 2}$

A. $L = +\infty$.

B. $L = 0$.

C. $L = \frac{1}{3}$.

D. $L = -\infty$.

Câu 65. Tính giới hạn của dãy số $u_n = \frac{-2 + 3n - 2n^3}{3n - 2}$

A. $\frac{-2}{3}$.

B. $-\infty$.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 66. Giới hạn $\lim \frac{\sqrt{1+5+\dots+(4n-3)}}{2n-1}$ bằng

A. 1.

B. $+\infty$.

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

D. 0.

Dạng 1.4 Phân thức chứa căn

Câu 67. (THPT HÀ HUY TẬP - LẦN 2 - 2018) $\lim \frac{\sqrt{4n^2+1} - \sqrt{n+2}}{2n-3}$ bằng

A. $\frac{3}{2}$.

B. 2.

C. 1.

D. $+\infty$.

Câu 68. (THPT LÝ THÁI TỔ - BẮC NINH - 2018) Cho $I = \lim \frac{\sqrt{4n^2+5+n}}{4n-\sqrt{n^2+1}}$. Khi đó giá trị của I là:

A. $I = 1$.

B. $I = \frac{5}{3}$.

C. $I = -1$.

D. $I = \frac{3}{4}$.

Câu 69. (CỤM 5 TRƯỜNG CHUYÊN - ĐBSH - LẦN 1 - 2018) Tính giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2+x+1} - \sqrt{x^2-x+3}}{3x+2}$$

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{2}{3}$.

Câu 70. Tìm $\lim u_n$ biết $u_n = \frac{n\sqrt{1+3+5+\dots+(2n-1)}}{2n^2+1}$

A. $\frac{1}{2}$.

B. $+\infty$.

C. 1.

D. $-\infty$.

Câu 71. (HỒNG QUANG - HẢI DƯƠNG - LẦN 1 - 2018) Tính $\lim \sqrt{\frac{1^2+2^2+3^2+\dots+n^2}{2n(n+7)(6n+5)}}$

A. $\frac{1}{6}$.

B. $\frac{1}{2\sqrt{6}}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $+\infty$.

Câu 82. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt{n^2 + 3n + 5} - n + 25)$

- A. $+\infty$. B. -7 . C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{9}{4}$.

Câu 83. Tính giới hạn $L = \lim \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{n+3}}{\sqrt{4n-5}}$

- A. $+\infty$. B. -7 . C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

Câu 84. Tính giới hạn sau $L = \lim(\sqrt[3]{n+4} - \sqrt[3]{n+1})$.

- A. $+\infty$. B. -7 . C. $\frac{53}{2}$. D. 0 .

Câu 85. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 - 2} + \sqrt[3]{5n^2 - 8n^3})$.

- A. $+\infty$. B. -7 . C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

Câu 86. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt[3]{8n^3 + 3n^2 + 4} - 2n + 6)$.

- A. $+\infty$. B. $\frac{25}{4}$. C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 87. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt[3]{2n - n^3} + n - 1)$.

- A. $+\infty$. B. -1 . C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 88. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt[3]{n - n^3} + n + 2)$.

- A. $+\infty$. B. 2 . C. 1 . D. $\frac{1}{2}$.

Câu 89. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt[3]{n^3 - 2n^2} - n - 1)$.

- A. $+\infty$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{53}{2}$. D. $-\frac{5}{3}$.

Câu 90. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt{n^4 + n^2} - \sqrt[3]{n^6 + 1})$.

- A. $+\infty$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{5}{3}$.

Câu 91. Tính giới hạn $L = \lim(\sqrt{n^2 + n + 1} - \sqrt[3]{n^3 + n^2})$.

- A. $+\infty$. B. $\frac{5}{4}$. C. $\frac{53}{2}$. D. $\frac{1}{6}$.

DẠNG 3. DÃY SỐ CHỨA LŨY THỪA

Câu 92. (THPT HÀ HUY TẬP - HÀ TĨNH - LẦN 1 - 2018) Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $\left(\frac{4}{e}\right)^n$. B. $\left(\frac{1}{3}\right)^n$. C. $\left(\frac{5}{3}\right)^n$. D. $\left(\frac{-5}{3}\right)^n$.

Câu 93. (THPT THÁI PHIÊN - HẢI PHÒNG - LẦN 1 - 2018) $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n$ bằng.

- A. 2. B. $+\infty$. C. $-\infty$. D. 0.

Câu 94. Trong các giới hạn sau giới hạn nào bằng 0

- A. $\lim\left(\frac{2}{3}\right)^n$. B. $\lim\left(\frac{5}{3}\right)^n$. C. $\lim\left(\frac{4}{3}\right)^n$. D. $\lim(2)^n$.

Câu 95. $\lim\left(\frac{2018}{2019}\right)^n$ bằng.

- A. 0. B. $+\infty$. C. $\frac{1}{2}$. D. 2.

Câu 96. Dãy số nào sau đây có giới hạn bằng 0 ?

- A. $(0,999)^n$. B. $(-1)^n$. C. $(-1,0001)^n$. D. $(1,2345)^n$.

Câu 97. $\lim \frac{100^{n+1} + 3.99^n}{10^{2n} - 2.98^{n+1}}$ là

- A. $+\infty$. B. 100. C. $\frac{1}{100}$. D. 0.

Câu 98. $\lim(3^n - 4^n)$ là A. $+\infty$. B. $-\infty$. C. $\frac{4}{3}$. D. 1.

Câu 99. Tính giới hạn $\lim \frac{3.2^{n+1} - 2.3^{n+1}}{4 + 3^n}$. A. $\frac{3}{2}$. B. 0. C. $\frac{6}{5}$. D. -6.

Câu 100. Trong bốn giới hạn sau đây, giới hạn nào bằng 0 ?

- A. $\lim \frac{1 + 2.2017^n}{2016^n + 2018^n}$. B. $\lim \frac{1 + 2.2018^n}{2016^n + 2017^{n+1}}$.
 C. $\lim \frac{1 + 2.2018^n}{2017^n + 2018^n}$. D. $\lim \frac{2.2018^{n+1} - 2018}{2016^n + 2018^n}$.

Câu 101. Tính $\lim \frac{2^n + 1}{2.2^n + 3}$.

- A. 2. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 102. (Chuyên - Vĩnh Phúc - lần 3 - 2019) Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc

khoảng $(0; 2019)$ để $\lim \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}$?

- A. 2018. B. 2012. C. 2019. D. 2011.

Câu 103. (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Tính giới hạn

$$T = \lim \left(\sqrt{16^{n+1} + 4^n} - \sqrt{16^{n+1} + 3^n} \right).$$

- A. $T = 0$. B. $T = \frac{1}{4}$. C. $T = \frac{1}{8}$. D. $T = \frac{1}{16}$.

DẠNG 4. TỔNG CẤP SỐ NHÂN LÙI VÔ HẠN

Câu 104. (THPT YÊN LẠC - LẦN 4 - 2018) Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu

$$u_1 = 1 \text{ và công bội } q = -\frac{1}{2}.$$

- A. $S = 2$. B. $S = \frac{3}{2}$. C. $S = 1$. D. $S = \frac{2}{3}$.

Câu 105. Tổng vô hạn sau đây $S = 2 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n} + \dots$ có giá trị bằng

- A. $\frac{8}{3}$. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 106. Số thập phân vô hạn tuần hoàn $3,15555\dots = 3,1(5)$ viết dưới dạng hữu tỉ là

- A. $\frac{63}{20}$. B. $\frac{142}{45}$. C. $\frac{1}{18}$. D. $\frac{7}{2}$.

Câu 107. Tổng $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2^n} + \dots$ bằng A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. $+\infty$.

Câu 108. (Chu Văn An - Hà Nội - lần 2 - 2019) Cho dãy số $(u_n), n \in \mathbb{N}^*$, thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} u_1 = 3 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{5} \end{cases}$.

Gọi $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$ là tổng n số hạng đầu tiên của dãy số đã cho. Khi đó $\lim S_n$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{3}{5}$. C. 0. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 109. Cho dãy số (u_n) thỏa mãn $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 4, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm $\lim u_n$.

- A. $\lim u_n = 1$. B. $\lim u_n = 4$. C. $\lim u_n = 12$. D. $\lim u_n = 3$.

Câu 110. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 3$. Tìm $\lim \frac{n}{u_n}$.

- A. $L = \frac{1}{3}$. B. $L = \frac{1}{2}$. C. $L = 3$. D. $L = 2$

PHẦN B. LỜI GIẢI THAM KHẢO

DẠNG 0. CÂU HỎI LÝ THUYẾT

Câu 1. Chọn C

Nếu $\lim u_n = a > 0$ và $\lim v_n = 0$ thì $\lim \left(\frac{u_n}{v_n} \right) = +\infty$ là mệnh đề **sai** vì chưa rõ dấu của v_n là dương hay âm.

Câu 2. Chọn D

Lấy máy tính bấm từng phương án thì phần D ra kết quả đề bài

Câu 3. Chọn A

Câu 4. Chọn B

Dùng tính chất giới hạn: cho dãy số $(u_n), (v_n)$ và $\lim u_n = a, \lim v_n = +\infty$ trong đó a hữu hạn thì $\lim \frac{u_n}{v_n} = 0$.

Câu 5. Chọn D

(I) $\lim n^k = +\infty$ với k nguyên dương \Rightarrow (I) là khẳng định đúng.

(II) $\lim q^n = +\infty$ nếu $|q| < 1 \Rightarrow$ (II) là khẳng định sai vì $\lim q^n = 0$ nếu $|q| < 1$.

(III) $\lim q^n = +\infty$ nếu $q > 1 \Rightarrow$ (III) là khẳng định đúng.

Vậy số khẳng định đúng là 2.

Câu 6. Chọn D

Ta có: $|u_n - 2| < \frac{1}{n^3} \Rightarrow \lim (u_n - 2) = \lim \frac{1}{n^3} = 0 \Rightarrow \lim u_n - 2 = 0 \Rightarrow \lim u_n = 2$.

Câu 7. Theo định nghĩa giới hạn hữu hạn của dãy số (SGK ĐS11-Chương 4) thì $\lim q^n = 0$ ($|q| < 1$).

DẠNG 1. DÃY SỐ DẠNG PHÂN THỨC

Dạng 1.1 Phân thức bậc tử bé hơn bậc mẫu

Câu 8. Chọn B

Ta có $\lim \frac{n-1}{n^3+3} = \lim \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n^3}}{1 + \frac{3}{n^3}} = \frac{0}{1} = 0$.

Câu 9. Chọn A

Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+3} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{5+\frac{3}{n}} = 0.$

Câu 10. Chọn D

Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+7} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n}}{2+\frac{7}{n}} = 0.$

Câu 11. Chọn B Ta có: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{2+\frac{5}{n}} = 0.$

Câu 12. Chọn B $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{5n+2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left(\frac{1}{5+\frac{2}{n}} \right) = 0 \cdot \frac{1}{5} = 0.$

Câu 13.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - 2n^3 + 1}{3n^3 + 2n^2 + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{7}{n} - 2 + \frac{1}{n^3}}{3 + \frac{2}{n} + \frac{1}{n^3}} = -\frac{2}{3}.$

Câu 14. Ta có $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{n^6 + 5n^5} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n^4} - \frac{3}{n^6}}{1 + \frac{5}{n}} = 0.$

Câu 15. Chọn B

Câu 16. Chọn D

Ta có: $L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+1}{2+n-n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} + \frac{1}{n^2}}{\frac{2}{n^2} + \frac{1}{n} - 1} = 0.$

Câu 17. Chọn C

➤ Xét đáp án **A.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2}{5n + 3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{n^2}}{\frac{5}{n} + 3} = \frac{1}{3}.$

- Xét đáp án **B.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - 2n}{5n + 3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{n}}{\frac{5}{n} + 3} = \frac{1}{3}$
- Xét đáp án **C.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2n}{5n + 3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} - \frac{2}{n}}{\frac{5}{n} + 3} = 0.$
- Xét đáp án **D.** $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2n^2}{5n + 3n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{n^2} - 2}{\frac{5}{n} + 3} = -\frac{2}{3}.$

Câu 18. $I = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n - 3}{2n^2 + 3n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \left(\frac{2}{n} - \frac{3}{n^2} \right)}{n^2 \left(2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2} \right)} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{n} - \frac{3}{n^2}}{2 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}} = 0.$

Câu 19. Chọn A

Ta có: $u_n = \frac{1}{2^2 - 1} + \frac{1}{3^2 - 1} + \dots + \frac{1}{n^2 - 1} = \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(n-1)(n+1)}$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} - \frac{1}{n+1} \right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2(n+1)}.$$

Suy ra: $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{3}{4} - \frac{1}{2(n+1)} \right] = \frac{3}{4}.$

Câu 20. Ta có: $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} + \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1}.$

Vậy $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right] = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{n+1} \right) = 1.$

Câu 21. Ta có $1 + 2 + 3 + \dots + k$ là tổng của cấp số cộng có $u_1 = 1$, $d = 1$ nên $1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{(1+k)k}{2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{1 + 2 + \dots + k} = \frac{2}{k(k+1)} = \frac{2}{k} - \frac{2}{k+1}, \forall k \in \mathbb{N}^*.$$

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{1} - \frac{2}{2} + \frac{2}{2} - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} - \frac{2}{4} + \dots + \frac{2}{n} - \frac{2}{n+1} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{1} - \frac{2}{n+1} \right) = 2.$$

Câu 22.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\text{Ta có } \frac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}} = \frac{1}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})} = \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\sqrt{n}\sqrt{n+1}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}}.$$

Suy ra

$$S_n = \frac{1}{1\sqrt{2}+2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{n\sqrt{n+1}+(n+1)\sqrt{n}}.$$

$$= \frac{1}{1} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{\sqrt{n+1}} = 1 - \frac{1}{\sqrt{n+1}}.$$

Suy ra $\lim S_n = 1$